

## ANALISIS KEMAMPUAN PEMBUKTIAN MATEMATIS MAHASISWA MENGUNAKAN PENDEKATAN INDUKTIF-DEDUKTIF PADA MATA KULIAH ANALISIS REAL

Karunia Eka Lestari<sup>1</sup>

**ABSTRAK:** Artikel ini menyajikan tentang hasil penelitian menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dan metode penelitian eksperimen dengan desain pre experimental: the one-shot case study design, yang dilakukan terhadap mahasiswa semester VI tahun akademik 2014-2015 pada mata kuliah analisis real. Tujuan penelitian ini untuk mendeskripsikan data tentang kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif, memperoleh gambaran tentang permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa dan mengkaji tentang intervensi-intervensi yang diperlukan mahasiswa guna mengatasi permasalahan yang dihadapi dalam melakukan pembuktian matematis. Berdasarkan analisis data diperoleh hasil penelitian yang menunjukkan bahwa: 1) pada taraf kepercayaan 95%, tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real melebihi 81% dari kriteria ideal yang ditetapkan; 2) permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis diantaranya yaitu permasalahan dalam membaca dan memahami pembuktian matematis, menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis, melakukan pembuktian secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematika, dan mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan; dan 3) intervensi-intervensi yang perlu diberikan kepada mahasiswa guna mengatasi permasalahan tersebut diantaranya yaitu dengan memberikan penguatan (*reinforcement*) terhadap penguasaan materi pra syarat, melakukan pembiasaan (*conditioning*) melalui kegiatan *drill, practice, and exercise*, memberikan *scaffolding* berupa petunjuk pembuktian secara deduktif dengan menyertakan definisi atau teorema untuk melakukan pembuktian matematis.

**Kata Kunci:** Kemampuan Pembuktian Matematis, Pendekatan Induktif-Deduktif.

**ABSTRACT:** This study presents about research results using quantitative descriptive approach and experiment research method with pre-experimental design: the one-shot case study design conducted at semester VI student in 2014-2015 academic years at real analysis course. The purpose of this study is to describe the data on the ability of the student mathematical proofs using inductive-deductive approach, get a picture of the problems faced by students and examine the interventions required students to overcome the problems encountered in doing mathematical proofs. Based on the analysis data gained research results shows that: 1) at trust level 95%, there is not enough proofs to state that mathematical proofs ability of student using inductive-deductive approach at real analysis course is over 81% of assigned ideal criteria; 2) the problems faced by student in doing mathematical proofs namely problems in reading and understanding of mathematical proofs, showing correctness proof of a statement mathematically, doing proofs directly and indirectly or with mathematical induction and developing mathematical arguments to prove or decline

---

<sup>1</sup> Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Singaperbangsa Karawang;  
karunia1101196@gmail.com

a statement. And 3) the interventions need to be given to student overcoming the problems, namely by giving reinforcement towards material mastery of prerequisite, doing conditioning through drill, practice, and exercise, giving scaffolding with deductively proofs instruction by stating definition or theorem to conduct mathematical proofs.

**Keywords:** Inductive-Deductive Approach, Mathematical Proofs Ability.

## PENDAHULUAN

Struktur dan sistem dalam matematika tersusun secara deduktif aksiomatik. Struktur tersebut diawali dengan istilah yang tidak didefinisikan, istilah yang didefinisikan, lalu disusun pernyataan pangkal yang biasa disebut aksioma atau postulat, selanjutnya disusun teorema-teorema disertai definisi-definisi. Teorema yang disusun harus dibuktikan melalui proses deduktif sehingga kebenarannya berlaku secara umum dalam sistemnya.

Dalam proses deduktif tersebut, mungkin diawali dengan proses induktif yang meliputi penyusunan konjektur, model matematika, analogi dan atau generalisasi yang dilakukan melalui pengamatan terhadap suatu data (Sumarmo, 2005). Dengan demikian, tidak semua temuan sifat-sifat atau prinsip-prinsip dalam matematika diperoleh melalui pemikiran deduktif, tetapi mungkin juga diperoleh melalui proses induktif berdasarkan pengalaman lapangan ataupun data empirik. Namun pada akhirnya kebenarannya harus dapat dibuktikan dengan pemikiran deduktif.

Salah satu mata kuliah yang menyajikan sifat-sifat atau prinsip-prinsip dalam matematika yang disusun sebagai suatu sistem deduktif aksiomatik adalah analisis real. Oleh karenanya analisis real dikenal sebagai "*the body of mathematics*". Mata kuliah ini tergolong ke dalam mata kuliah keahlian (MKK) yang merupakan dasar di dalam matematika yang bertujuan melatih mahasiswa untuk berpikir terstruktur dan rasional deduktif. Hal ini tercermin dari masalah-masalah yang diajukan dalam mata kuliah ini didominasi oleh pembuktian matematis.

Hasil studi pendahuluan terhadap mahasiswa semester VI program studi pendidikan matematika FKIP Unsika tahun ajaran 2013-2014, diperoleh data bahwa 79,54% mahasiswa belum mampu menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema sehingga dari 202 orang mahasiswa yang telah mengontrak mata kuliah analisis real, 175 orang diantaranya mendapatkan nilai C, sementara 27 orang lainnya mendapatkan nilai B. Hal tersebut menunjukkan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa pada mata kuliah analisis real masih kurang dari standar kompetensi yang diharapkan.

Kemudian dari pada itu, hasil studi pendahuluan juga menunjukkan bahwa dari 202 orang mahasiswa, hanya sebagian kecil (22%) mahasiswa yang telah mampu melakukan pembuktian secara deduktif dengan pembuktian langsung, tak langsung atau induksi matematis, dan sebagian besar (78%) mahasiswa mampu melakukan pembuktian secara induktif dengan menggunakan contoh atau mensubstitusikan suatu nilai untuk membuktikan

kebenaran dari suatu pernyataan. Hal tersebut menunjukkan bahwa mahasiswa pada umumnya baru mampu membuktikan melalui proses induktif. Sementara itu, dalam melakukan pembuktian matematis, proses pembuktian secara induktif harus disertai atau dilanjutkan dengan proses pembuktian secara deduktif agar kebenarannya berlaku secara umum.

Berdasarkan permasalahan di atas, peneliti menawarkan pendekatan induktif-deduktif untuk diimplementasikan pada perkuliahan analisis real dalam rangka mengembangkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa. Pemilihan pendekatan induktif-deduktif tersebut didasarkan pertimbangan dengan melihat karakteristik permasalahan pada mahasiswa semester VI program studi pendidikan matematika FKIP Unsika yang sebagian besar telah mampu melakukan pembuktian secara induktif namun belum dapat melakukan pembuktian secara deduktif.

Pendekatan induktif-deduktif yaitu suatu pendekatan yang menggabungkan keunggulan dari pendekatan induktif dan pendekatan deduktif. Implementasi perkuliahan analisis real menggunakan pendekatan induktif-deduktif diawali dengan penyajian masalah berupa pernyataan yang dibuktikan secara induktif misalnya melalui contoh kasus, ilustrasi gambar/diagram atau mensubstitusikan suatu nilai sehingga diperoleh suatu pernyataan yang terbukti kebenarannya. Setelah pernyataan tersebut terbukti kebenarannya secara induktif, maka dilanjutkan dengan proses pembuktian secara deduktif yaitu dengan mengkonstruksi atau menyusun bukti kebenaran pernyataan tersebut secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema melalui pembuktian langsung, tak langsung, atau induksi matematika. Melalui pendekatan induktif-deduktif ini diharapkan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dapat berkembang sehingga mencapai kriteria ideal yang ditetapkan.

Kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema. Indikator kemampuan pembuktian matematis yang diukur dalam penelitian ini yaitu: 1) membaca pembuktian matematis; 2) melakukan pembuktian matematis secara langsung, tak langsung, atau dengan induksi matematis; dan 3) mengkritik pembuktian dengan menambah, mengurangi atau menyusun kembali suatu pembuktian matematis.

Pendekatan induktif-deduktif merupakan suatu pendekatan yang menggabungkan keunggulan dari pendekatan induktif dan pendekatan deduktif. Tahapan pendekatan induktif-deduktif menurut Karli (Fahinu, 2007) terdiri dari empat tahap kegiatan yaitu tahap pendahuluan, tahap eksplorasi, tahap pembentukan konsep, dan tahap penerapan konsep. Sementara Dewanto (2003) menyatakan bahwa dalam pembelajaran dengan pendekatan induktif-deduktif dimulai dengan pemberian masalah divergen, kontekstual, dan *open ended*. Adapun implementasi perkuliahan analisis real menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada penelitian ini diawali dengan penyajian masalah berupa pernyataan yang dibuktikan secara induktif misalnya melalui contoh kasus, ilustrasi gambar/diagram atau mensubstitusikan suatu nilai

sehingga diperoleh suatu pernyataan yang terbukti kebenarannya. Setelah pernyataan tersebut terbukti kebenarannya secara induktif, maka dilanjutkan dengan proses pembuktian secara deduktif yaitu dengan mengkonstruksi atau menyusun bukti kebenaran pernyataan tersebut secara matematis berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema melalui pembuktian langsung, tak langsung, atau induksi matematika.

Mata Kuliah Analisis Real Pada struktur kurikulum program studi pendidikan matematika FKIP Unsika, mata kuliah analisis real merupakan salah satu mata kuliah yang tergolong ke dalam mata kuliah keahlian (MKK) dengan bobot 3 sks. Deskripsi isi mata kuliah ini mencakup sistem bilangan real dan sifat-sifatnya, limit dan kekontinuan serta teori-teori fungsi yang dikembangkan melalui konsep limit. Standar kompetensi yang harus dimiliki oleh mahasiswa setelah mengikuti perkuliahan ini yaitu mampu membuktikan teorema-teorema dalam sistem bilangan real, barisan bilangan real, limit fungsi, kontinuitas fungsi, dan derivatif fungsi.

Berdasarkan hal di atas penelitian ini memiliki rumusan masalah sebagai berikut:

- 1) Bagaimana kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real?
- 2) Permasalahan-permasalahan apa saja yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real?
- 3) Intervensi-intervensi apa saja yang perlu diberikan kepada mahasiswa guna mengatasi permasalahan-permasalahan yang dihadapi dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real?

## **METODE**

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kuantitatif dengan metode eksperimen. Desain eksperimen yang digunakan dalam penelitian ini yaitu *pre-experimental design* tipe *one-shot case study*. Pada desain ini terdapat suatu kelompok yang diberi *treatment* (perlakuan), dan selanjutnya diobservasi hasilnya (Sugiyono, 2006: 110).

*Treatment* (perlakuan) dalam penelitian ini yaitu pendekatan induktif-deduktif, sekaligus sebagai variabel independen dalam penelitian. Sementara itu, hasil yang diobservasi dalam penelitian ini adalah kemampuan pembuktian matematis mahasiswa, yang juga merupakan variabel dependen dalam penelitian.

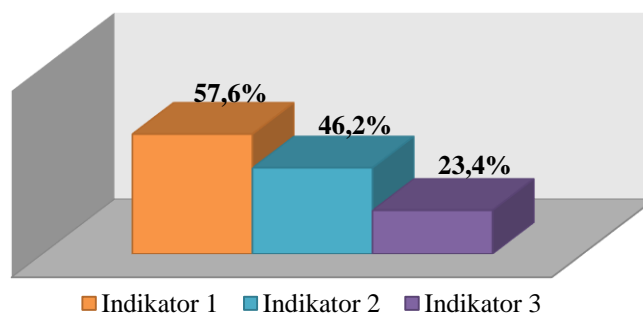
## **DISKUSI**

Berdasarkan hasil analisis data kemampuan pembuktian matematis yang diperoleh dari instrumen tes berupa seperangkat soal UTS dan UAS dengan menggunakan uji z untuk satu sampel, diperoleh nilai  $Z_{hitung} = 0.622$  dan nilai  $Z_{kritis} = 1,645$ . Pada kriteria pengujian pihak kanan, nilai  $Z_{hitung}$  tersebut berada pada daerah penerimaan  $H_0$  karena  $Z_{hitung} < Z_{kritis}$  sehingga  $H_0$  diterima (tidak

cukup bukti untuk menolak  $H_0$ ). Hal ini menunjukkan bahwa pada taraf kepercayaan 95% tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real secara signifikan melebihi 81% dari kriteria ideal yang ditetapkan. Dengan kata lain, data yang diperoleh tidak cukup untuk membuktikan bahwa hipotesis penelitian yang diajukan bernilai benar.

Meskipun demikian, deskripsi data terhadap nilai UTS dan nilai UAS menunjukkan adanya peningkatan nilai yang diperoleh mahasiswa saat UTS dan saat UAS. Rata-rata peningkatan tersebut sebesar 0,36 atau berada pada kategori sedang. Dengan kata lain, meskipun kemampuan pembuktian matematis mahasiswa belum mencapai 81% dari kriteria ideal yang ditetapkan, namun dengan menggunakan pendekatan induktif-deduktif kemampuan tersebut berkembang dengan cukup baik dari waktu ke waktu, sehingga jika pendekatan ini terus diterapkan dan dikembangkan maka kemampuan pembuktian matematis mahasiswa dapat terus berkembang.

Berikut ini gambaran pencapaian kemampuan pembuktian matematis mahasiswa berdasarkan indikator kemampuan yang diukur yaitu 1) membaca pembuktian matematis; 2) melakukan pembuktian matematis secara langsung, tak langsung, atau dengan induksi matematis; dan 3) mengkritik pembuktian dengan menambah, mengurangi atau menyusun kembali suatu pembuktian matematis.

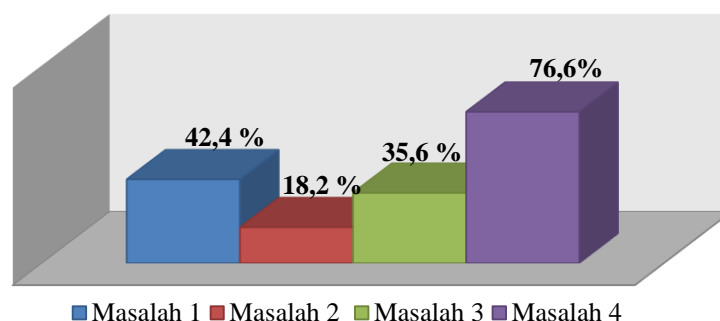


GAMBAR 1. Persentase Pencapaian Kemampuan Pembuktian Matematis

Berdasarkan data pada Gambar 1 diketahui bahwa dari 158 mahasiswa, sebagian besar (57,6%) mahasiswa telah mampu membaca pembuktian matematis, hampir setengahnya (46,2%) telah mampu melakukan pembuktian matematis secara langsung, tak langsung, atau dengan induksi matematis, dan sebagian kecil (23,4%) mahasiswa telah mampu mengkritik pembuktian dengan menambah, mengurangi atau menyusun kembali suatu pembuktian matematis. Hal ini menunjukkan adanya peningkatan persentase pencapaian kemampuan pembuktian matematis dari tahun sebelumnya. Namun, kemampuan pembuktian matematis masih perlu dikembangkan dan ditingkatkan terutama pada indikator kedua dan ketiga yang berkenaan dengan melakukan pembuktian dan mengkritik pembuktian.

Data tentang permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis diperoleh dari lembar jawaban pengerjaan soal UTS dan UAS yang kemudian diolah dan dianalisis secara deskriptif. Analisis secara deskriptif dilakukan dengan cara mendeskripsikan atau menggambarkan data yang telah terkumpul sebagai mana adanya tanpa bermaksud membuat generalisasi. Proses analisis data dilakukan dengan cara mengkategorikan kesalahan pengerjaan pembuktian matematis mahasiswa berdasarkan kesalahan yang serupa dan membuat persentase jawaban pada masing-masing kategori tersebut.

Secara umum terdapat empat kategori permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real yaitu permasalahan dalam: 1) membaca dan memahami pembuktian matematis; 2) menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis; 3) melakukan pembuktian secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematika; dan 4) mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan. Adapun persentase dari masing-masing permasalahan disajikan pada Gambar 2.



GAMBAR 2. Persentase Permasalahan dalam Pembuktian Matematis

Berdasarkan data pada Gambar 2 diketahui bahwa dari 158 mahasiswa, hampir setengahnya (42,4%) mahasiswa mengalami permasalahan dalam membaca dan memahami pembuktian matematis, sebagian kecil (18,2%) mahasiswa mengalami permasalahan dalam menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis, hampir setengahnya (35,6%) mahasiswa mengalami permasalahan dalam melakukan pembuktian secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematika, dan hampir seluruh (76,6%) mahasiswa mengalami permasalahan dalam mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan. Data tersebut menunjukkan bahwa permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real sangat kompleks, sehingga diperlukan beberapa intervensi yang diberikan oleh dosen kepada mahasiswa guna mengatasi permasalahan tersebut.

Setelah mengetahui permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real, peneliti berusaha merumuskan intervensi-intervensi yang perlu

diberikan guna mengatasi permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real. Perumusan intervensi-intervensi tersebut didasarkan pada pengkajian yang dilakukan oleh peneliti terhadap permasalahan yang terjadi berdasarkan perspektif teori belajar yang telah dirumuskan oleh para pakar yang disesuaikan dengan karakteristik kemampuan serta kebiasaan belajar dan berpikir mahasiswa.

Berdasarkan hasil pengkajian yang telah dilakukan, peneliti menghasilkan dugaan bahwa permasalahan yang terjadi berkaitan dengan kemampuan pembuktian matematis mahasiswa disebabkan karena: 1) lemahnya penguasaan materi pra syarat seperti himpunan, sistem bilangan, sifat-sifat operasi biner, relasi dan fungsi, limit dan turunan fungsi; 2) kurangnya intensitas latihan dalam pembuktian matematis; 3) terlalu banyaknya definisi dan teorema yang harus dipelajari sehingga mahasiswa kebingungan dalam menentukan definisi atau teorema mana yang harus digunakan untuk membuktikan permasalahan yang berikan.

Selanjutnya peneliti melakukan pengkajian berdasarkan perspektif teori belajar yang telah dirumuskan oleh para pakar yang disesuaikan dengan karakteristik kemampuan serta kebiasaan belajar dan berpikir mahasiswa semester VI tahun ajaran 2014-2015 prodi pendidikan matematika FKIP Unsika. Mengingat karakteristik mahasiswa yang mayoritas sebagai pekerja (guru, tenaga administrasi, buruh pabrik), maka sebagian besar aktivitas mahasiswa disibukkan oleh kegiatan lain selain belajar sehingga waktu belajar dan kemandirian mahasiswa dalam belajar sangat terbatas. Disamping itu, karakteristik materi analisis real yang abstrak juga membutuhkan dominasi dosen dalam menyampaikan materi dalam perkuliahan.

Berdasarkan dugaan dan pengkajian di atas, maka dalam merumuskan intervensi guna mengatasi permasalahan yang terjadi, peneliti berpedoman pada teori belajar behaviorisme dan konstruktivisme, diantaranya teori penguatan (*reinforcement*) dari B.F Skinner, teori pembiasaan (*conditioning*) dari Pavlov, dan teori belajar interaksi sosial dari Vygotsky yang menekankan pada pemberian *scaffolding*. Adapun intervensi-intervensi yang dapat dirumuskan dari hasil pengkajian yang telah dilakukan peneliti diantaranya yaitu dengan: 1) memberikan penguatan (*reinforcement*) terhadap penguasaan materi pra syarat, 2) melakukan pembiasaan (*conditioning*) melalui kegiatan *drill, practice, and exercise*, dan 3) memberikan *scaffolding* berupa petunjuk pembuktian secara deduktif dengan menyertakan definisi atau teorema untuk melakukan pembuktian matematis.

## **SIMPULAN**

Permasalahan-permasalahan yang dihadapi mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis diantaranya yaitu permasalahan dalam membaca dan memahami pembuktian matematis, menyajikan bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis, melakukan pembuktian secara langsung, tak langsung atau dengan induksi matematika, dan

mengembangkan argumen matematis untuk membuktikan atau menyangkal suatu pernyataan.

Intervensi-intervensi yang perlu diberikan kepada mahasiswa guna mengatasi permasalahan tersebut diantaranya yaitu dengan memberikan penguatan (*reinforcement*) terhadap penguasaan materi pra syarat, melakukan pembiasaan (*conditioning*) melalui kegiatan *drill, practice, and exercise*, memberikan *scaffolding* berupa petunjuk pembuktian secara deduktif dengan menyertakan definisi atau teorema untuk melakukan pembuktian matematis.

Pada taraf kepercayaan 95% tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa menggunakan pendekatan induktif-deduktif pada mata kuliah analisis real secara signifikan melebihi 81% dari kriteria ideal yang ditetapkan.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

- Dewanto, S. P. (2004). *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi melalui Pembelajaran dengan Pendekatan Induktif-Deduktif*. Tesis PPS UPI Bandung: Tidak diterbitkan.
- Fahinu. (2007). *Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Kemandirian Belajar Matematika pada Mahasiswa melalui Pembelajaran Generatif*. Disertasi Sekolah Pasca Sarjana UPI. Bandung: Tidak diterbitkan.
- Sumarmo, U. (2005). *Pengembangan Berpikir Matematika Tingkat Tinggi Siswa SMP dan SMU serta Mahasiswa S1 Melalui Berbagai Pendekatan Pembelajaran*. Laporan Hibah Pascasarjana Tahun Ketiga. UPI Bandung: Tidak diterbitkan.
- Sugiyono. (2006). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif dan R&D*. Bandung: Alfabeta.